

Penerapan Metode Program Linear dan Analisis Sensitivitas Pada Optimalisasi Produksi Jenang Karomah (Studi Kasus Pada P.J. Karomah Kudus)

Novita Hariyani¹, Bambang Irawanto², Siti Khabibah³

¹Mahasiswa Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Matematika Universitas Diponegoro

^{2,3}Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Matematika Universitas Diponegoro

Jl. Prof. H. Soedarto, S.H. Tembalang Semarang

novitayanii@gmail.com

b_irawanto@yahoo.co.id

ABSTRAK. Optimalisasi produksi Jenang Karomah P.J. Karomah Kudus menjadi sebuah hal yang penting untuk memaksimalkan laba dengan cara mengoptimalkan penggunaan bahan baku. Program linear dengan metode simpleks adalah metode yang tepat untuk mengetahui jenang varian manakah yang memberikan keuntungan yang paling maksimal. Analisis sensitivitas dilakukan untuk batas – batas perubahan nilai pada fungsi tujuan maupun fungsi kendala, dengan tetap diperoleh tujuan yang optimal. Metode enumerasi implisit digunakan untuk mencari solusi optimal pemilihan memasak jenang yang sesuai dengan keadaan nyata di lapangan. Pengoptimalan produksi Jenang Karomah dengan program linear menghasilkan Jenang Sirsak, Jenang Mellon Strawberry, dan Jenang Durian memberikan keuntungan yang paling optimal dalam 1 kali periode memasak jenang dengan 60,0005 kg Jenang Sirsak, 9,9995 kg Jenang Mellon Strawberry, 175 kg Jenang Durian. Setelah dihitung dengan *integer programming* didapatkan solusi bahwa jenang yang dimasak dalam satu periode memasak untuk menghasilkan yang paling optimal adalah Jenang Wijen, Jenang Sirsak, Jenang Ketan Hitam, Jenang Kacang Hijau, Jenang Coklat Susu, Jenang Mellon Strawberry dan Jenang Durian yang apabila jenang-jenang tersebut dimasak dalam 1 periode memasak akan menghasilkan laba sebesar Rp. 2.162.834,00.

Kata kunci : Program linear, metode simpleks, analisis sensitivitas, enumerasi implisit

I. PENDAHULUAN

Harga bahan baku dan biaya tenaga kerja menjadi penentu dari harga sebuah produk. Dari besarnya harga bahan baku dan tenaga kerja yang telah diketahui, sebuah perusahaan baru dapat menentukan harga dan besaran laba yang akan didapatkan dari sebuah produk yang dibuat. Maka dari itu, sebuah perusahaan harus melakukan analisis dan optimasi bahan baku dalam sebuah proses produksi agar menghemat biaya produksi dan mengoptimalkan keuntungan. Demikian juga dengan besarnya jumlah produk yang seharusnya dihasilkan untuk memperoleh keuntungan yang maksimal.

Perusahaan seringkali menghadapi kondisi dimana jumlah permintaan pasar meningkat sementara persediaan di toko terbatas sehingga bagian dapur harus membuat produk lebih banyak lagi untuk memenuhi permintaan. Perusahaan seringkali sulit untuk menentukan seharusnya seberapa banyak jenang yang diproduksi dalam 1 periode untuk mendapatkan keuntungan yang maksimal sementara sumber yang tersedia terbatas. Dalam hal ini, digunakan program linear untuk

menyelesaikan masalah yang dihadapi oleh PJ.Karomah Kudus.

Metode penyelesaian optimalisasi produksi dengan membulatkan hasil perhitungannya menggunakan metode *branch and bound* [12].

Analisis sensitivitas fungsi objektif dan RHS pada program linear dan penjelasan mengenai masalah pencampuran [14].

Penentuan jumlah produksi roti pada PT.NIC menggunakan model *fuzzy multi objective linear programming* yang diterapkan pada industri pangan [9].

Penentuan jumlah produksi optimal untuk memperoleh pendapatan yang maksimum menggunakan aplikasi model program linear dengan penyelesaian program dinamik. Penyelesaian masalah dilakukan dengan memecah masalah menjadi beberapa sub-masalah yang keseluruhan sub-masalah akan dioptimisasi dengan metode *forward* [13].

Permasalahan PJ.Karomah Kudus merupakan permasalahan optimalisasi produksi dengan model program linear dan melakukan analisa sensitivitas dari hasil optimal untuk menghindari pengulangan perhitungan dari awal apabila terjadi perubahan-perubahan pada masalah program linear.

Selanjutnya, permasalahan yang ada ditinjau menggunakan program bilangan bulat knapsack menggunakan metode enumerasi implisit yang akan memberikan keputusan apakah jenang

II. METODE PENELITIAN

Data yang digunakan adalah data hasil wawancara dan observasi langsung selama bulan Maret 2014 – Mei 2014 mengenai bahan baku pembuatan Jenang Karomah, harga bahan baku, biaya upah tenaga kerja, dan laba produksi. Masalah yang ada kemudian diformulasikan dalam metode program linear dan diselesaikan dengan metode simpleks dengan bantuan software POM-QM versi 3.0 dan dibandingkan hasilnya dengan metode program bilangan bulat dengan penyelesaian enumerasi implisit.

III. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Penyelesaian dengan Program

Linear

Permasalahan yang dihadapi oleh PJ.Karomah untuk upaya pengoptimalan laba produksi Jenang Karomah dapat diselesaikan dengan program linear. Program linear digunakan untuk menghitung jumlah jenang varian manakah yang memberikan keuntungan yang paling maksimal. Dengan

Dengan menetapkan,

varian rasa tersebut “dimasak” atau “tidak dimasak” kemudian dibandingkan dengan solusi yang telah dihasilkan sebelumnya dengan metode simpleks.

menggunakan metode simpleks yang bersifat iteratif, jumlah jenang yang sebaiknya diproduksi untuk memperoleh keuntungan yang maksimal dapat diperoleh. Permasalahan yang ada kemudian dibatasi oleh beberapa asumsi sebagai berikut :

1. Terdapat 9 jenis varian rasa jenang yang akan dioptimalisasi.
2. Volume, berat dan ukuran dari masing-masing produk seragam.
3. Biaya yang dihitung adalah biaya untuk kurun waktu 1 kali memasak.
4. Biaya pembelian bahan baku dan tenaga kerja dianggap tetap, tidak mengalami kenaikan.
5. Jumlah unit permintaan per-hari lebih kecil dari kapasitas produksi per-hari.

1. Jenang Wijen (rasa mocca dengan wijen) : X_1
2. Jenang Sirsak : X_2
3. Jenang Ketan Hitam : X_3
4. Jenang Kacang Hijau : X_4
5. Jenang Coklat Susu : X_5
6. Jenang Melon Strawberry : X_6
7. Jenang Durian : X_7
8. Jenang Kacang Tanah : X_8
9. Jenang Kacang Kedelai : X_9

3.2. Pengoptimalan Produksi Jenang Karomah dengan Metode Simpleks

Secara keseluruhan formulasi pengoptimalan produksi Jenang Karomah adalah

$$\begin{aligned} \text{Max } Z = & 225200 X_1 + 383167 X_2 + 170200 X_3 + 130200 + 266200 X_5 \\ & + 701667 X_6 + 290200 X_7 + 240200 X_8 + 214200 X_9 \end{aligned}$$

Dengan kendala,

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 \leq 7 \quad (1)$$

$$9X_1 + 9X_3 + 5X_4 + 9X_5 + 9X_7 + 9X_8 + 6X_9 \leq 70 \quad (2)$$

$$5X_1 + 9X_2 + 9X_3 + 9X_4 + 5X_5 + 18X_6 + 5X_7 + 5X_8 + 9X_9 \leq 50 \quad (3)$$

$$X_1 + X_3 + X_4 + X_5 + X_7 + X_8 + X_9 \leq 5 \quad (4)$$

$$X_1 + X_3 + X_4 + X_5 + X_7 + X_8 + X_9 \leq 24.83 \quad (5)$$

$$7X_2 + 14X_6 \leq 16 \quad (6)$$

$$X_3 \leq 4 \quad (7)$$

$$X_4 \leq 6 \quad (8)$$

$$X_8 \leq 6 \quad (9)$$

$$X_9 \leq 6 \quad (10)$$

Dengan pembatas tanda,

$$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9 \geq 0$$

Dengan menggunakan *software* POM-QM versi 3.0 dapat diketahui optimalisasi laba jenang karomah yang dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1 Solusi Optimum dengan POM-QM

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9		RHS
Maksimumkan	225200	383167	170200	130200	266200	701667	290200	240200	214200		
Kapasitas Memasak	1	1	1	1	1	1	1	1	1	\leq	7
Tepung Ketan	9	0	9	5	9	0	9	6	0	\leq	70
Gula Pasir	5	9	9	9	5	18	5	5	9	\leq	50
Gula Jawa	1	0	1	1	1	0	1	1	1	\leq	5
Kelapa	1	0	1	1	1	0	1	1	1	\leq	24.83
Tape	0	7	0	0	0	14	0	0	0	\leq	16
Ketan Hitam	0	0	1	0	0	0	0	0	0	\leq	4
Kacang Hijau	0	0	0	1	0	0	0	0	0	\leq	6
Kacang Tanah	0	0	0	0	0	0	0	1	0	\leq	6
Kacang Kedelai	0	0	0	0	0	0	0	0	1	\leq	6
Solution->	0	1.7143	0	0	0	0.2857	5	0	0		2308334

Berdasarkan Tabel 1 maka dapat terlihat bahwa jenis jenang karomah yang harus diproduksi agar laba yang diperoleh maksimal antara lain:

- 1) $X_2 = 1.7143$ masakan yang setara dengan $1.7143 \times 35 \text{ kg} = 60.0005 \text{ kg Jenang Sirsak}$
- 2) $X_6 = 0.2857$ masakan yang setara dengan $0.2857 \times 35 \text{ kg} = 9.9995 \text{ kg Jenang Mellon Strawberry}$
- 3) $X_7 = 5$ masakan yang setara dengan $5 \times 35 \text{ kg} = 175 \text{ kg Jenang Durian}$

Dengan nilai $Z \text{ maksimal} = \text{Rp. } 2.308.334,00$

3.4. Analisis Sensitivitas

Analisis sensitivitas diperlukan untuk menganalisis dampak dari perubahan nilai parameter yang meliputi nilai variabel dan kendala pada program linear, misalnya perubahan biaya produksi atau memperbesar laba yang diinginkan.

1. Sensitivitas parameter laba pada variabel basis (C_j)

Variabel basis pada pengoptimalan jenang adalah

$$BV = (X_2 \ S_2 \ S_3 \ X_7 \ S_5 \ X_6 \ S_6 \ S_7 \ S_8 \ S_9 \ S_{10})$$

Setelah dilakukan analisis parameter laba pada variabel basis (C_j) yaitu untuk laba Jenang Sirsak, Jenang Mellon Strawberry, dan Jenang Durian didapatkan hasil bahwa dalam 1 periode memasak jenang, untuk tetap optimal adalah sebagai berikut :

1. Jenang Sirsak : $495933.5 \leq laba \leq 350833.5$.
2. Jenang Mellon Strawberry : $383167 \leq laba \leq 766334$
3. Jenang Durian : $laba \geq 266200$

2. Perubahan Koefisien Fungsi Tujuan Variabel Non Basis

Variabel Non Basis pada pengoptimalan produksi laba penjualan Jenang Karomah adalah $NBV = (X_1 \ X_3 \ X_4 \ X_5 \ X_8 \ X_9 \ S_1 \ S_4 \ S_6)$.

Dalam hal ini adalah laba penjualan jenang wijen, jenang ketan hitam, jenang kacang hijau, jenang coklat susu, jenang kacang tanah, dan jenang kedelai didapatkan hasil bahwa dalam 1 periode memasak jenang, untuk tetap optimal adalah sebagai berikut :

1. Jenang Wijen : $225200 \leq laba \leq 290200$
2. Jenang Ketan Hitam : $170200 \leq laba \leq 290200$
3. Jenang Kacang Hijau : $130200 \leq laba \leq 290200$
4. Jenang Coklat Susu : $266200 \leq laba \leq 290200$
5. Jenang Kacang Tanah : $laba \leq 290200$
6. Jenang Kedelai : $laba \leq 290200$

3. Sensitivitas Parameter Kapasitas (b_i)

Analisis sensitivitas parameter kapasitas (b_i) dilakukan untuk mengetahui batas minimal persediaan kapasitas bahan baku dan batas maksimal persediaannya agar diperoleh solusi yang paling optimal.

1. Kapasitas tempat memasak (b_1) harus lebih dari 6.1432 dan kurang dari 7.2854 kual. Karena kual harus berupa bilangan bulat maka harus ada paling tidak 6 atau 7 kual yang digunakan untuk 1 kali periode memasak jenang agar

solusi basis tetap fisibel.

2. Kapasitas b_2 yaitu banyaknya ketersediaan tepung ketan yaitu harus lebih dari 45 kg tersedia untuk 1 kali periode memasak.
3. Kapasitas b_3 yaitu banyaknya ketersediaan gula pasir harus lebih dari 45.5714 kg tersedia untuk 1 kali periode memasak.
4. Kapasitas b_4 yaitu banyaknya ketersediaan gula jawa harus lebih dari 59.713 kg dan kurang dari 60.8571 kg tersedia untuk 1 kali periode memasak.

5. Kapasitas b_5 yaitu ketersediaan kelapa lebih dari 283.2 kg . tersedia atau 0 kg .
6. Kapasitas b_6 yaitu banyaknya ketersediaan tape, harus lebih dari 78 kg dan kurang dari 83.44 kg .
7. Kapasitas b_7 yaitu banyaknya ketersediaan ketan hitam boleh tidak tersedia atau 0 kg .
8. Kapasitas b_8 yaitu banyaknya ketersediaan ketan hitam boleh tidak tersedia atau 0 kg .
9. Kapasitas b_9 yaitu banyaknya ketersediaan kacang tanah boleh tidak tersedia atau 0 kg .
10. Kapasitas b_{10} yaitu banyaknya ketersediaan Kedelai boleh tidak

3.5 Masalah Program Bilangan Bulat

Setelah diselesaikan dengan program linear dengan bantuan *software* POM-QM For Windows didapatkan hasil optimal untuk 1 kali periode memasak jenang, keuntungan optimal yang didapatkan adalah sebesar Rp. 2.308.334,00 dengan memasak 60.0005 kg Jenang Sirsak, dan 9.9995 kg Jenang Melon Strawberry dan 175 kg Jenang Durian. Hal ini tidak dapat diterapkan karena pada kenyataannya di PJ.Karomah, semua varian rasa jenang dimasak dan dipasarkan setiap harinya.

Permasalahan kemudian diarahkan pada metode program bilangan bulat dengan formulasi sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \text{Max } Z = & 737000 X_1 + 740500 X_2 + 737000 X_3 + 737000 X_4 + \\ & 737000 X_5 + 1481000 X_6 + 737000 X_7 + 737000 X_8 + \\ & 737000 X_9 \end{aligned}$$

Dengan kendala,

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 \leq 7 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} 511800 X_1 + 357333 X_2 + 566800 X_3 + 606800 X_4 + 474800 X_5 + \\ 779333 X_6 + 446800 X_7 + 496800 X_8 + 522800 X_9 \leq 4.500.000 \quad (2) \end{aligned}$$

Dimana $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9 = 0$ atau 1.

Dengan *software* POM-QM for Windows didapatkan hasil $X_1 = 1, X_2 = 1, X_3 = 1, X_4 = 1, X_5 = 1, X_6 = 1, X_7 = 1, X_8 = 0, X_9 = 0$ dengan Z optimal adalah Rp. 5.906.500,00. Laba kotor ini kemudian dikurangi dengan kapasitas biaya belanja

sebesar Rp 3.743.666,00 yang didapat dari memasukkan nilai masing-masing X_n pada kendala (2), maka akan didapatkan laba bersih sebesar Rp 2.162.834,00.

IV. KESIMPULAN

Dengan mengaplikasikan metode program linier dan program bilangan bulat permasalahan PJ.Karomah, didapatkan hasil bahwa dalam 1 kali periode memasak Jenang Wijen, Jenang Sirsak, Jenang Ketan Hitam, Jenang Kacang Hijau, Jenang Coklat Susu, Jenang Melon Strawberry, dan Jenang Durian dengan laba bersih sebesar Rp 2.162.834,00.

V. DAFTAR PUSTAKA

- [1] Bazaraa, Mokhtar A dkk.. 2009. *Linear Programming and Network Flows fourth edition*. New Jersey : John Wiley and Sons
- [2] Chinneck, John W. 2007. *Example IP2: Balas Additive Algorithm for Binary Integer Programming*. Dalam <http://optlabserver.sce.carleton.ca>. Diakses pada tanggal 15 Juli 2014.
- [3] Dantzig, B.George.1963. *Linear Programming and Extension*. Amerika : University Press.
- [4] Ezema, Benedict I. 2012. "Optimizing Profit with Linear Programming Model : A Focus on Golden Plastic Industry Limited, Enugu, Nigeria", *Interdisciplinary Journal of Research in Business* Vol.2, Issue 2, pp 37-49.
- [5] Hidayat, Wahyu Eko. 2010. *Analisis Usaha Pembuatan Jenang Kudus pada Industri "PJ.Muria" di Kabupaten Kudus*. Program Studi Agrobisnis Jurusan Sosial Ekonomi Pertanian Fakultas Pertanian Universitas Sebelas Maret. Tugas Akhir tidak diterbitkan.
- [6] Karloff, Howard.1991. *Linear Programming*. Boston : Berkhauser.
- [7] Khan, Izaz Ullah. 2011. "Optimal Production Planning for ICI Pakistan Using Linear Programming and Sensitivity Analysis", *International Journal Business and Social Science* Vol.2, No. 23, pp 206-212
- [8] Lieberman, Gerald J dan Hillier, Frederick S. 1973. *Operations Research fourth edition*. San Fransisco : Holden Day Inc.

- [9] Marie Anne,Iveline. 2010. “Penentuan Jumlah Produksi Menggunakan Model Fuzzy Multi Objective Linear Programming Pada Industri Pangan (Studi Kasus Industri Roti PT NIC)”, *Jurnal Teknik Industri Universitas Trisakti* pp 38-46.
- [10] Mustafa, Zainal. 2009. *Mengurai Variabel hingga Instrumentasi*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- [11] Montaria , Sefrida. 2009. *Analisis Sensitivitas dan Ketidakpastian dalam Program Linear*. Sekolah Pasca Sarjana Universitas Sumatera Utara. Tesis tidak diterbitkan.
- [12] Riona, Kacyta.2012. *Pengoptimalan Produksi Mocktail (Studi Kasus pada E-lounge E-Plaza Semarang)*. Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Matematika Universitas Diponegoro. Tugas Akhir tidak diterbitkan.
- [13] Simanjuntak, Handayani N.2009. *Aplikasi Model Program Linier dengan Program Dinamik untuk Menentukan Jumlah Produksi Optimum Pada Turangie Oil Mill*. Departemen Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Sumatera Utara. Tugas Akhir tidak diterbitkan.
- [14] Winston, Wayne L. 2003. *Operation Research Application and Algorithms 4th edition*. Boston : PWS-Kent Publishing Company.
- [15] Wojciech, Jaworski dkk. 2008. “Linearity: Basic Concepts and Examples”, *Canadian Abstract Harmonic Analysis Symposium*. Dalam <http://people.math.carleton.ca/~ckfong>. Diakses pada tanggal 19 Agustus 2014.